

Neue Erkenntnisse:

- Das PQRS-Modell ist Quatsch, da es nicht auf Stellung in der Permutation beruht, sondern auf Zählung  $2 \times 3 \times 4$ .
- Wenn wir  $T_d$  als Teil von  $SU(4)$  auffassen, sehen wir, dass wir eine innere Symmetrie haben, die wir nicht mit einer Raumsymmetrie durcheinander bringen dürfen. Das Bild Kerngerüst+Wolke ist dann falsch. Zur Bildung der VB können trotzdem Griffith-SO3-Clebsch-Gordons verwendet werden, wenn wir SO3 als innere Symmetrie in der Einbettung  $T_d \leq SO3 \leq SU4$  betrachten. Nur wenn wir innerhalb der diskreten  $T_d$  zeigen wollen, wie 4 Teilchen einen Gesamtspin  $\frac{1}{2}$  liefern, brauchen wir für die diskreten Raumtrafos das geometrische Bild (oder reicht  $f_1(x_a) \cdot f_2(x_b) \cdot f_3(x_c) \cdot f_4(x_d)$  – wie zeigt man spin  $\frac{1}{2}$  bei  $u(x_1) \cdot d(x_2) \cdot s(x_3)$ ?  $\eta \cdot \chi_i \cdot \chi_i \cdot \eta$  bei Landau?)
- Im Rahmen so einer inneren Symmetrie können wir den ganzen nichtrelativistischen Quatsch weglassen und relativistisch arbeiten. Wir brauchen bei VB nur Heli  $\pm 1$  und keinen Spin 0 zu betrachten. Auch bei Fermionen können wir mit Helis arbeiten, was für die Betrachtungen der WW viel besser ist.
- $A_4 \times P = \text{pyritohedral symmetry}$  ist die Symmetrie der Stunde, wobei  $P$  zwischen  $WL = FL \bar{f} L \leftarrow \rightarrow WR = FR \bar{f} R$  vermittelt. Da die Heli  $\pm 1$  durch  $WL$  und  $WR$  mit festgelegt wird, braucht man sich um einen weiteren  $Z_2$ -Faktor nicht zu kümmern.
- bei VB habe ich geschrieben  $Oh = S_4 \times P$  aber ist nicht  $Oh = O \times P$ ? Nein: ich komme mit  $P$  vom einen Tetraeder zum anderen und sollte Parity nicht gerade für  $WL \rightarrow WR$  stehen, da dies die Paritätsverletzung ist? Ja!
- Linkomb oder nicht ist keine wichtige Frage bzgl der SM-Ladungen, da diese sowieso sekundär sich aus der Stellung in der Permutation generieren müssen.

Zwei fundamentale Probleme:

1. Zeige, dass die phän Kombinationen wie  $WL+=eLbar^nL+dLbar1*uL1+dLbar2*uL2+dLbar3*uL3$  usw ein System von Symmetriefunktionen für eine S4 oder A4 bilden
2. Zeige, dass sich aus I, J, K unter 360Grad beim Produkt eine Spin-1/2 Eigenschaft (-1 unter 360Grad) ergibt

Problem Nummer 1 ist wichtiger

3. Zeige, dass A2+E von S4 einem T von A4 entspricht, zumindest bei den Symmetriefunktionen

Prolog 1: Ergänzung zu meiner alten Arbeit: Die dort gegebenen Symmetriefunktionen sind für die beobachteten Fermionen mit ihrem Spin  $\frac{1}{2}$  nicht ausreichend, sondern gelten nur für die spin-gemittelten Anteile  $\psi L + \psi R$ . Für  $\psi L - \psi R$  sind Kombinationen relevant, die man aus den Darstellungen G1, G2 und H gewinnt! (wenn das wirklich die Spinkombis sind, ist die Überlagerungsgruppe nur das direkte Produkt mit Z2!? Kann aber nicht sein, da das direkte Produkt nur g- und u-artige Splitting der ursprünglichen Darstellung. **Für nichtrelativistische Spins ist das wahrscheinlich ok**)

Prolog 2 (könnte auch hinter SU4-Diskussion): man darf nur dann Linkombs der Permutationen von  $P^*Q^*R^*S = f1*f2*f3*f4$  bilden, wenn ihre Gesamtladung immer dieselbe ist, dh diese kann nichts mit den SM-Ladungen zu tun haben, durch die sich die Fermionen ja unterscheiden.  
 → die SM-Ladungen müssen **sekundäres** Ergebnis der Stellung der f1, f2, f3, f4 zueinander in der Permutation sein. (Wie in unserem Matrixbeispiel:  $\text{diag}(1,1)$  und  $\text{diag}(1,-1)$  bestimmen die SU(2)-Ladung, die sich aus der S2-Permutation ergibt oder in der alten Arbeit, wo ich mit nichtdiagonalen Ladungsmatrizen arbeite.) Darauf deutet auch hin, dass  $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$  dem  $A1/2+E+T1/2$  von  $Td$  entspricht! Wie genau hängen die SU4-Trafos mit den Keimen  $Z2 \times Z4$  von  $SU2 \times SU3 \times U1$  zusammen

Alternative zur derived explanation der Ladung (auch diskutieren): P trägt Spin (dh ist ein Fermion), Q trägt Isospin, R trägt Color und S trägt B-L-U1-Ladung. (Dies geht nicht!!!! Quatschmodell!!!!) Dann braucht man **keine Linkombs** zu betrachten, sondern die Zustände sind direkt durch Tabelle 1 gegeben. Vorteil: keine Ladungsproblematik. Nachteil: man beraubt sich der Möglichkeit der Massenhierarchie wie in meiner Arbeit. Widerspricht auch der Philosophie, dass alle SM-Ladungen aus der S4 bzw SU4 hergeleitet werden sollen. S4 ist dann eine Art Hypercolor (unter der Fermionzustände Singletts sind) statt wie bisher Hyperflavor (dh die SM-Flavors werden aus S4 gewonnen).

Mittelweg: man bildet nur Z3-Linearkombinationen, um auf Compositeebene der Fermionen nur Felder gleicher Ladung zu kombinieren. **Das ist genau das, was man darf!!!**

$v_e = 1234 + 2314 + 3124$ ,  $v_\mu = 1234 + \varepsilon 2314 + \varepsilon 3124$ ,  $v_\tau = 1234 + \varepsilon 2314 + \varepsilon^* 3124$ ,  
 $e = 3214 + 1324 + 2134$ ,  $\mu = 3214 + \varepsilon^* 1324 + \varepsilon 2134$ ,  $\tau = 3214 + \varepsilon 1324 + \varepsilon^* 2134$ ,

$W = e * v_e + \mu * v_\mu + \tau * v_\tau + u1 * d1 + u2 * d2 + u3 * d3 + c1 * s1 + c2 * s2 + c3 * s3 + t1 * b1 + t2 * b2 + t3 * b3$

[Wie sieht das in S3 aus?  $W = e * v_e + \mu * v_\mu + \tau * v_\tau = \dots$ ]

Diese Gesamtzustände der Vektorbosonen müssten nun am besten Oh-Symmetriezustände sein. Da die VB jedoch alle unterschiedliche Ladung haben, kann man sie wiederum nicht als Oh-Linearkombinationen gemeinsamer Urzustände schreiben.

**Vorteile:** man hat wirklich 24 Zustände, nicht wie bei den symm-adapt Funktionen nur  $1+1+2+3+3=10!$  Und man hat nicht das Problem, dass man Zustände verschiedener Ladung linearkombiniert.

Prolog 3: Zwei Erklärungen, warum es keine Leptoquarks gibt (die im Rahmen von  $K \times K$  genauso kanonisch wie die Gluons auftreten):

1. aufgrund der Einteilung der Fermionen in  $T_d = S_4$ : da Leptonen durch  $a/e$  und Quarks durch  $t_1/2$  dargestellt werden, bräuchte man für Leptoquarks Produkte wie  $e/a \times t$ , die verboten zu sein scheinen, während zum Beispiel Gluonen nur  $t_1/2$  involvieren. Vielleicht macht das den Unterschied.

Genauer gesagt sind  $WZ\gamma$  durch  $a_1 \times a_1 = A_1$ ,  $a_1 \times a_2 = A_2$ ,  $a_2 \times a_2 = A_1$ ,  $e \times e = A_1 + A_2 + E$  und aber auch  $t_1 \times t_1 = A_1 + E + T_1 + T_2 = t_2 \times t_2$  und  $t_1 \times t_2 = A_2 + E + T_1 + T_2$  gegeben und Gluons sind durch  $t_1 \times t_1 = A_1 + E + T_1 + T_2 = t_2 \times t_2$  gegeben. Problem: man hat auch  $W$ -Bosonen der Form  $u \times d$ , die in  $t_1 \times t_2$  enthalten sein sollten, wobei die meisten anderen Zustände von  $t_1 \times t_2$  nicht da zu sein scheinen. Antwort: Vielleicht hat der Gesamtzustand wieder eine besonders Symmetry, zB Oh. Dann können nur 24 Zustände auftreten und einige müssen also wegfallen. (Wirklich richtiges Argument? Ausserdem: wer macht die Selektion, was auftritt und was nicht?)

2. Letztlich ist das eine Frage der Symmetrie des Vektorboson-Gesamtzustandes. Wenn der wieder Oh ist: wenn also nur  $A_1/2 + E + T_1/2$  die Symmetrie der VB-Zustände ist, ist schlicht kein Platz für Leptoquarks. Man muss allerdings noch zeigen, dass  $A_1/2 + E + T_1/2$  genau den SM-Wechselwirkungen entspricht: zu diesem Ende beweisen wir, dass die  $X_1^* Y_1 + X_2^* Y_2 + \dots$  usw einen Satz von symmetrieadaptierten Funktionen von  $O = T_d = S_4$  bilden. Oder: man weist darauf hin, dass die komplexe Gruppenalgebra  $M(1,1) \times M(1,1) \times M(2,2) \times M(3,3) \times M(3,3)$  ist (spiegelt  $A_1 + A_2 + E + T_1 + T_2$ ). Also zum Beispiel  $D^a T_1^a$  hängt mit  $SU(3)$  als Teilmenge von  $M(3,3)$  zusammen.

Prolog 4: In der neue Arbeit: zuerst mehr auf Permutationsgruppe als auf Tetraeder abheben, nicht zuletzt da wir mehr auf dem Würfel als auf dem Tetraeder arbeiten werden.

→ 4 Subteilchen wie bei Close → sieht so aus wie die  $S_4$ -Komponenten von  $4 \otimes 4 \otimes 4 \otimes 4 [= 3 \times 45(T_1) + 3 \times 15(T_2) + 2 \times 20(E) + 35(A_1) + 1(A_2) = 256]$  einer

**SU(4)** – die SU(4) Diskussion noch mal bei Composite-Grundfrage aufnehmen. Problem mit Antiteilchen, weil 15 und 20 keine komplexen, sondern reelle Darstellungen sind? Besser SP(4)? Aber es gibt auch Antibaryonen=Antiprotonen in  $3\bar{b} \times 3\bar{b} \times 3\bar{b} = 1\bar{b} + 8\bar{b} + 8\bar{b} + 10$  und dort ist  $8\bar{b} = 8$  reell, also können auch unsere Fermionen als Bindungsdarstellungen von Tetrone in reellen Darstellungen von SU(4) auftreten.

Ein E enthält  $\mu$  und  $\tau$ , das andere  $\nu(\mu)$  und  $\nu(\tau)$  (s. Close Tabelle 3.7, wo Terme mit entgegengesetztem Vorzeichen bei ungerade in unterschiedlichem Multiplet sind. Was mich bei Close stört: er hat die  $2 \times 8$  nur als verschiedene Darstellungen des gleichen Oktets???)

Man kann evtl auch die Massenrelationen aus meiner ersten Arbeit als SU(4)-Massenrelationen (wie Gellman für SU(3)) uminterpretieren (siehe die pdf-Datei su4-ist-so6).

Ein T1 enthält  $u_1, c_1, t_1$ , ein zweites  $u_2, c_2, t_2$  und das dritte T1 enthält  $u_3, c_3, t_3$ . Ein T2 enthält  $d_1, s_1, b_1$ , ein zweites  $d_2, s_2, b_2$  und das dritte T2 enthält  $d_3, s_3, b_3$ . DH **jede Darstellung enthält 1. nur Teilchen entsprechend ihrer Dimensionalität, also Anzahl echt unabhängiger Symmetriefunktionen und 2. nur Teilchen derselben  $U(1) \times SU(2) \times SU(3)$ -Ladung, weil es zum Beispiel für Color 1, 2 und 3 je eine separate T1 gibt.** Dies ist anders als beim Quarkmodell, wo in einem SU(3)-Baryonmultiplett unterschiedliche elektrische Ladungen auftreten (s. Close). Dadurch könnten zum Beispiel die 3 45er unterscheidbare Multiplets sein, während im Quarkmodell die beiden Oktets in 8+8 wohl dieselben Zustände beschreiben. Dabei wieder der Hinweis, dass Standard-Modell-Ladungen indirekt entstehen müssen.) Nachteil von SU(4): 15 und 20 sind reelle/selbstkonjugierte Darstellungen; es könnte also ein Problem mit Antiteilchen geben (Nein wegen Antiprotonen siehe oben). Daher Möglichkeit einer anderen Gruppe statt SU(4)? [SO16, G2, F2, E8, **Sp(4)**, **E6** Eigenschaften von **Sp(4)** diskutieren: Bei Sp(4) hätte man als Standardvektor der Fundamentaldarstellung  $f_{11} + i^*f_{12} + j^*f_{13} + k^*f_{14} + l^*(f_{21} + i^*f_{22} + j^*f_{23} + k^*f_{24}) + J^*(f_{31} + i^*f_{32} + j^*f_{33} + k^*f_{34}) + K^*(f_{41} + i^*f_{42} + j^*f_{43} + k^*f_{44})$  Die Fundamentaldarstellung Fd muss nicht notwendig 4 sein [allerdings legt die untige Zergliederung A1+T2 der Wirkung von S4 auf den einzelnen Index dies nahe (wirklich? Oder 1+3 einer SU(2)?)] -

- sondern nur das 4fache Produkt der  $F_d$  muss  $A_1+A_2+E+T_1+T_2$  enthalten, was wegen der automatischen Permutationssymmetrie eines 4fachen Produktes möglicherweise immer gewährleistet ist; bei  $Sp(4)$  und  $SU(4)$  ist auf jeden Fall das Auftreten der  $S_4$ -Symmetrie-kombinationen gewährleistet – wie bei  $SU(3)$  im Buch von Close) In  $SU(4)$  ist die Fundamentaldarstellung graphisch ein Tetraeder und man kann beliebige andere Darstellungen durch Aneinanderfügen solcher 3-dimensionaler Tetraeder erzeugen.

n.b.: da nur die  $S_4$ -Zustände beobachtet werden, ist diskrete Symmetriegruppe ebensogut möglich; wie in der Chemie, nur dass man halbzahligen Spin beweisen muss.

n.b.: Was die Symmetriegruppe ist, ist zwar für die Frage, was die Tetrone sind, nicht aber für die beobachteten Fermionen wichtig, da die nichtbeobachteten Fermionzustände wegen des **Auswahlprinzips** „verallgemeinerten Pauliprinzips (VPP)“ wegfallen. Wichtig nur: aus 4 Komponenten  $P^*Q^*R^*S$  bestehend mit den beiden VPP-Bedingungen:

- alle 4 zusammen Spin  $1/2$  (schwierig)
- alle 4 Komponenten in einem Fermion müssen verschieden sein (= ein

**Pauliprinzip?** Pauli heisst normalerweise: zwei Fermionen dürfen nicht dieselben Quantenzahlen haben; dh bei 2 Teilchen  $[r_{11}/r_{22}/(r_{12}+r_{21})]^*(s_{12}-s_{21})$  oder  $(r_{12}-r_{21})^*[s_{11}/s_{22}/(s_{12}+s_{21})]$ , wobei der erste Faktor den räumlichen und der zweite den Spinanteil der Wellenfunktion bezeichnet. Bei fehlendem Spinfaktor gäbe es nur  $r_{12}-r_{21}$ .) **Dies ist eine schwächere Forderung als bei Color, wo nur das Singlet  $A_2 = \epsilon_{abc}q_a q_b q_c$  auftreten darf!**

Dies Prinzip sollte bei einer kontinuierlichen Gruppe im Mittelpunkt stehen, und es ist die Frage, wie es sich auf die Vektorbosonen überträgt. Zustände  $PQRS^*Q\bar{b}R\bar{b}S\bar{b}P\bar{b}$  so umformen, dass P, Q, R und S jeweils nur einmal vorkommt.  $P\bar{b}Q\bar{b}R\bar{b}S\bar{b}P\bar{b}$  ???

4 Subteilchen mit je 4 Indices (=32 reelle DoF) oder 4 nichtkommutative Subteilchenoperatoren mit (48reellen = 24komplexen = 12quaternionischen) Matrixeinträgen sollen ergeben  $24 \times 8 = 192$  reelle DoF. ZB  $SL_2(H)$  mit  $2 \times 2 \times 4 = 12$ . Aber ist diese Gleichheit nötig? Denn man kann ja auch mit 3 Quarkflavors jede Menge Baryonen erzeugen.

Vektorbosonen aus  $4 \otimes 4$  von  $SU(4)$ ? (also je 2 der Tetrone annihilieren sich bei VB-Bildung) = 1+15 mit 4 neutralen aber ob's  $\gamma, Z, g_3$  und  $g_8$  sind? **Nein**, denn die SM-Bosonen passen doch nicht in 15 der  $SU(4)$  rein. (und wie kommt die Händigkeit zustande?) (Und es gibt wohl auch Leptoquarks? Ausser wir vermeiden sie durch trickreiche Annihilation der anderen 4reps: **15=8g+1γ+3WZL+3WZR, aber U1xSU2xSU3 kann man doch nicht in SU4 packen!**). Sollte  $A_1+A_2+E+T_1+T_2$  von  $O_h$  entsprechen (oder 1+3+8+6+6 der Klassen von  $O_h$ ?), die beobachteten VBs sind aber 24 Freiheitsgrade mit  $g_R = g_L$  und  $\gamma_R = \gamma_L$ .

Möglichkeit: Man hat in dem Produkt  $4 \otimes 4 \otimes 4 \otimes 4 \otimes 4 \text{bar} \otimes 4 \text{bar} \otimes 4 \text{bar} \otimes 4 \text{bar} = (1+15) \otimes (1+15) \otimes (1+15) \otimes (1+15)$

$= 1+15+15+15+15+\dots$  mehrere 15er, die jeweils U1, SU2R, SU2L und SU3 enthalten könnten.

Möglichkeit: Es könnte sich um Hypercolor handeln, wo nur Singlets sein dürfen. Aber dann hätte man bei den Fermionen auch nur Singlets; insofern ist meine bisherige S4 mehr eine Art **Hyperflavor**. Die **Hypercolor**-Variante ist mehr das Bild  $P(\text{Spin}1/2) * Q(\text{U1B-L}) * R(\text{SU2weak}) * S(\text{SU3color})$ , wo sich die SM-Vektorbosonen in  $(1+3)_{\text{SU2}} \otimes (1+8)_{\text{SU3}} = 1_{\text{SU2}} \otimes 1_{\text{SU3}} (\text{=Photon}) + 3_{\text{SU2}} \otimes 1_{\text{SU3}} (\text{=W+Z}) + 1_{\text{SU2}} \otimes 8_{\text{SU3}} (\text{=Gluons}) + 3_{\text{SU2}} \otimes 8_{\text{SU3}} (\text{=LQs?})$  leicht aus  $P\text{bar} * Q\text{bar} * R\text{bar} * S\text{bar} * P * Q * R * S$  ergeben. D.h. man hat Triplets oder Singlets unter Spin und Isospin ( $P\text{bar} * P$  und  $R\text{bar} * R$ ) und  $S\text{bar} * S$ =Oktets oder Singlets unter SU3color, während die U1-Quantenzahl immer 0 ist, außer man hätte Quark-Lepton-Mischzustände (Leptoquarks). **Diese Möglichkeit, dass die Tironen eine Hypercolor mit Singlet-Bedingung und ansonsten die SM-Quantenzahlen haben, unter dem Stichwort Hyperflavor vs Hypercolor – the more conventional way als eigenen Abschnitt diskutieren – evtl schon in Prolog 2, wo es bereits erwähnt wurde.**

Ausführung zu diesem Thema Tironen tragen SM-Quantenzahlen:

Wenn man Fermionen nicht als Linkomb ansetzt, sondern einfach  $F = f_1 a * f_2 b * f_3 c * f_4 d$  und als einzige additive Quantenzahl  $Y(B-L) = -3$  für leptons und +1 für Quarks fordert, die sich als Summe  $Y_1 a + Y_2 b + Y_3 c + Y_4 d$  der Tironbeiträge ergibt, ist die einzige vernünftige Lösung, dass nur eines der 4 Tironen eines Fermions diese Quantenzahl trägt, z.B.  $f_4 d$ ,  $d=1,2,3,4$  mit  $f_4 a = -3$ ,  $f_4 d = 1$  für  $d=1,2,3$ . Der nächste Schritt ist dann, dass  $f_1$  die Fermionspin trasnportiert, während die anderen Spin 0 sind,  $f_2$  die Quarkcolor und  $f_3$  als Dublet des schwachen Isospin transformiert.

Prolog: at present day energies kann man S4 vom direkten Produkt **Z2xZ3xZ4** nicht unterscheiden (wo Z2 der Keim von electroweak, Z3 die Familiensymmetrie und Z4 der Keim von strong). Allerdings hat S4 den Vorteil einer geometrischen Interpretation, was auch zum Vorschlag der Einteilung der VB nach A4 bzw Oh/S4 führen wird.

## **Vektorbosonen-Bestandsaufn seit der letzten Arbeit:**

Wir haben bei den Fermionen UND den Vektorbosonen eine Würfelsymmetrie  $O_h = S_4 \times P$ , wobei das P in den beiden Fällen für die beiden möglichen Spinorientierungen  $\pm 1$  (masselose VB) und  $\pm 1/2$  sorgt und komplexe Konjugierung immer für Antiteilchen. **Wir müssen dann zeigen**, wie sich aus den 512 Tensorproduktfunktionen ( $24L\text{bar} \times 24L$  und  $24R\text{bar} \times$

24R) ein System von 24 S4-Vektorbosonen (je 12 VBL und VBR, siehe neue Tabelle) ergibt, dass also die phänomenologischen fbar-f-Kombinationen (zB  $W = \bar{e}n + \bar{d}u_1 + \bar{d}u_2 + \bar{d}u_3$ ) einen (von wahrscheinlich vielen) möglichen Satz von S4-Funktionen darstellen, dh es gibt eine **durch die Dynamik(„Geometrie“)** des Zusammengehens

Bevorzugung von 24 der 512 möglichen Kombinationen nämlich TxT und ExE (es muss sie auch geben, sonst hat man keinen Oh-Endzustand).

Beispiel: Vektorbosonen in Z2: 2 Zustände  $e+n$  und  $e-n$ , die sich nach A1 und A2 transformieren (dh der zweite wechselt unter Vertauschung das Vorzeichen, während der erste unter Vertauschung invariant bleibt). Daraus kann man folgende 4 Produktzustände bilden  $ee+nn$ ,  $ee-nn$ ,  $en+ne$ ,  $en-ne$ , von denen sich die mit dem Pluszeichen unter A1, die mit dem Minuszeichen unter A2 transformieren. Es muss nun eine Auswahlregel geben, nach der zum Beispiel nur das Paar  $ee+nn$  und  $ee-nn$  auftritt, weil 2 Symmetriefunktionen für die Beschreibung des Produktsystems, wenn es wieder Z2 sein soll, ausreichen. Wenn das Produktsystem allerdings Symmetrie  $K = Z2 \times Z2$ , braucht man 4 Funktionen.

Sideway-Diskussion der Antiteilchenproblematik (siehe auch weiter oben; sollte in einem eigenen Abschnitt ausführlich diskutiert werden, da man sie für Vektorbosonen braucht, gehört evtl an den Anfang, wo G1 und P-Darstellungen diskutiert werden): warum es egal ist ob  $T \otimes T$  oder  $Tbar \otimes T$ : man hat in jedem Fall ein Problem, in nichtrelativistischer Symmetrie Antiteilchen zu behandeln – aber wenn unser Tetraeder ein innerer ist? Wenn wir nicht Konstituenten auflösen, nehmen wir einfach Diracfelder und linearkombinieren die ohne Rücksicht auf G1! Für die Permutationszustände  $u^*d^*s^*...$  ist es aber egal, ob  $(3 \otimes 3 \otimes 3) \otimes (3 \otimes 3 \otimes 3)$  oder  $(3bar \otimes 3bar \otimes 3bar) \otimes (3 \otimes 3 \otimes 3)$  gebildet wird, weil dieselben Kombinationen  $ubar^*dbar^*sbar^*$  auftreten.

### 3 Ansätze:

⊕ O\_h mit  $A_{12}=ZLR$ ,  $E=WLR$ ,  $T_{12}=\gamma gLR$ . Problematik, warum Z und W in unterschiedlichen Darstellungen ist ähnlich wie bei Fermionen e und nu\_e. Hinweis, dass evtl doch nicht mit Darstellungen, sondern lieber mit den Elementen selbst gearbeitet werden sollte (Begründung weiter unten):

$$\gamma L = 1234(id) \quad g3L = 2314(120\text{Grad}) \quad g8L = 3124(240\text{Grad})$$

$$ZL = 2143(k_1) \quad 3241 \quad 1342$$

$$W1L = 3412(k_2) \quad 1423 \quad 2431$$

$$W2L = 4321(k_3) \quad 4132 \quad 4213$$

Die L-Zustände aus  $(1 \leftrightarrow 3)$ :

$$\gamma R = 3214(1 \leftrightarrow 3) \quad g3R = g3L(1 \leftrightarrow 3) \quad g8R = g8L(1 \leftrightarrow 3)$$

$$ZR = 4123 = ZL(1 \leftrightarrow 3) \quad 3142 \quad 1243(3 \leftrightarrow 4)$$

$$W1R = 1432 = W1L(1 \leftrightarrow 3) \quad 2413 \quad 3421$$

$$W2R = 2143 \quad 4231(1 \leftrightarrow 4) \quad 4312$$

- Wenn L und R eine reine Z2 bilden, hätte man  $A4xZ2xZ2$  statt Oh. Man kann höchstens sagen, dass bei hohen Energien das echte Oh sichtbar wird.
- Problem, warum nur gerade die beobachteten fbar-f-Wechselwirkungen machen, also zum Beispiel  $u1^*d1$  (W-Boson), aber  $u1^*d2$  nicht erlaubt. ANTWORT: ES KANN wg der geforderten A4-Symmetrie des Endzustandes NUR 24 GEBEN UND DIE HYPERDYNAMIK

ENTSCHEIDET, WELCHE AUSGEWÄHLT WERDEN. Normalerweise würde man mit Clebsch-Gordon (Griffith-Buch) alles abdecken können, und  $T1 \otimes T1$  sieht auch ziemlich richtig aus, aber in dem  $u^i d^j$  bildenden  $T1 \otimes T2 = A1 + E + T1 + T2$  kommen zu viele Zustände vor (man braucht für W-Boson nur  $u^i d^j$ ). Dito Leptoquarks in  $E \otimes T1$  usw. Man braucht zusätzliche Auswahlregeln. Nur Quadrate von Darstellungen erlauben geht nicht, weil auch  $A1 \otimes A2$  (für W) und eben auch W-Boson  $u^i d^j$  aus  $T1 \otimes T2$  kommt. **Mögliche Lösung:** Die aus Tensorprodukten gebildeten Symmetriefunktionen zB für  $T1 \otimes T2 = A1 + E + T1 + T2$  sind zwar Symmetriefunktionen der Produktgruppe, aber sie passen nicht notwendig mit den aus anderen Tensorprodukten zB  $T1 \otimes T1 = A2 + E + T1 + T2$  gebildeten zusammen und können also nicht zu einem ONB-Gesamtsystem von 24 Funktionen ausgebaut werden, ausser man nimmt die künstlichen Mittelungen (über Isospin bzw Color) weiter unten vor. **ES IST DIE DYNAMIK, DIE BESTIMMT, WELCHE SYMMFUNKTIONEN AUSGEWÄHLT WERDEN**

- Problem, warum  $gL=gR$  und analog bei Photon. Meine frühere Antwort: Photon und Gluon sind invariant unter  $u13=(1 \leftarrow \rightarrow 3)$ . Diese Antwort ist tautologisch bei dieser Zuordnung!!! Einwand: Es muss aber nicht gerade bei Fermionen auch gerade bei Bosonen bedeuten. Könnte damit zusammenhängen, dass  $A1 \leftarrow \rightarrow A2$  und  $T1 \leftarrow \rightarrow T2$  mit Vorzeichenwechsel  $u \leftarrow \rightarrow -u$  der  $u$ -Terme (nb:  $u = Px 90^\circ$  Grad), während bei E zwei Terme unter  $g \leftarrow \rightarrow -g$  ineinander übergehen. D.h. wenn man in E  $u \leftarrow \rightarrow -u$  macht, bekommt man keine  $S4$ -Zustände. Allerdings ist E selbst-assoziiert im Sinne  $E = E^* A2$  von Griffith Seite 106.
- Ausserdem hat E in Oh keinen Platz für Z (nur  $W1L, W1R, W2L, W2R$ ). Bei Komplexifizierung zu  $SU2$  müssten aus E allerdings 3 Vektorbosonen entstehen. In meinem Bild der zusammengesetzten und gemittelten VB sind die VB auch nicht direkt Symmetriefunktionen für E. D.h. ich verwerfe die Vorstellung dass  $O_h$  mit  $A1 + A2 + E + T1 + T2 = U1L + U1R + SU2L + SU2R + SU3L + SU3R$  gibt als komplexifizierter Erweiterungsraum genau die SM-Eichgruppe ( $P$  aus  $O_h$  sorgt mit  $A1gu$  usw für Spin  $\pm 1$ ; also effektiv wieder eine  $S4$ !) wegen der Probleme: welches ist die zusätzliche Symmetrie, die  $U1L = U1R$   $SU3L = SU3R$  macht und warum führt E zu  $SU2L + SU2R$ ? E ist selbstkonjugiert, d.h. (?)  $L + R = L - R$ .

#### ⊕ A\_4 mit A, E, T oder besser Klassen(1, C2, C3) mit 1, 3 und 8

Elementen für  $V = L + R$  und  $K = Z_2 \times Z_2$  für  $L - R$ . Wenn man mit Klassen arbeiten will, ist A\_4 das beste, weil man sonst mit den 6C2' und 6C4 nichts anfangen kann. Das beste ist auf jeden Fall, mit Bilineararen (=Produkten von Darstellungen) zu arbeiten und sich aber von der Vorstellung zu verabschieden, dass man solche Produkte zu einem ONB-System einfach zusammensetzen kann. Sondern man hat nur Flickwerk:

- die Gluons (bei **Isospinmittelung** unabhängig von d oder u) aus  $T1 \otimes T1 + T2 \otimes T2$ . (In der Darstellung  $T1 \otimes T1 = A2 + E + T1 + T2$  bzw  $T \otimes T = A + E + 2^* T$  für A4 fragt man sich natürlich, wie das ein Oktet sein kann, was sich auch noch so in die obige Tabelle einordnet; aber sehe ich als kleineres Problem, da erstens die Tabelle nur tentativ und zweitens die Oktetstruktur ganz klar bei Griffith in den Koeffizienten zu sehen ist.) auftreten, liegt an den Clebsch-Gordon Koeffizienten, wie sie bei Griffith herauskommen.
- WZ kommen aus einer A2-Darstellung, die für Isospin verantwortlich ist, also aus  $K = Z_2 \times Z_2$  - aber wie passt das in die A4? weil  $K = Z_2 \times Z_2$

in A4 enthalten ist!!! Tatsächlich sind  $ee\pm nn\pm(en\pm ne)$  wie Darstellungsfunktionen von K!!! ( $W12=en\pm ne$ ). Betrachte  $A1\otimes A1$ ,  $A1\otimes A2$  und  $E\otimes E$ , wo man ebenfalls laut Griffith vernünftige Clebsch-Gordons hat und dann eine **K-Mittelung**  $W=e^*n+u1^*d1+u2^*d2+u3^*d3$  und analog Z sind dann die einzige möglichen Kombinationen. nb: W-Isospinpaare Immer ist ungerade  $\rightarrow$  minus ungerade das entscheidende und wird daraus WZ gebildet. Beim Photon braucht man eigentlich  $3*qq-ll$ , was dadurch kommt, dass beim Photon über Isospin UND K gemittelt werden muss und sich also Quark und Leptonbereich mit dem richtigen Faktor zusammenfinden müssen.

⊕ **Zusammenfassung:**

bei Gluons muss man über alle Isospinpartner mitteln (aus  $u^*u$  wird  $u^*u+d^*d$ )  $\rightarrow$  Symmetrie unter ungeraden (Fermion)permutationen, was dem Übergang von up- zu down entspricht  $\rightarrow gL=gR$  auf der VB-Ebene

bei WZ muss man über alle K-partner mitteln (aus  $e^*n$  wird  $e^*n+u1^*d1+...$ )  $\rightarrow$  Symmetrie unter geraden (Fermion)permutationen, die e in  $u1$  in  $u2$  in  $u3$  überführen und gleichzeitig nu in  $d1,2,3$ .

Frage: warum spiegelt sich die gerade Symmetrie nicht auch in der Tabelle als  $W1=W2=Z$ ? Weil die gerade Symmetrie zu  $(g,u)x(g,u)$  führt und damit zu geraden und ungeraden Zuständen, aber dann würden gg und uu für ZL und gu und ug für WR stehen; hängt davon ab, wie wir rechts- und linkshändige Fermionen kombinieren. Man sieht es bei  $(g+Pu)^*(g+Pu)=gg+uu+P^*(gu+ug)$ , dass die Händigkeiten mischen könnten.

bei photon (aus  $A1\otimes A1$ ) muss man über alle Isospin UND K-partner mitteln

Man kann wohl sagen, dass der Endzustand Oh (bzw A4) hat, aber die aus  $T\otimes T$ ,  $E\otimes E$  usw (+Mittelung) erhaltenen Symmetriefunktionen sind nie und nimmer direkt ein vollständiges ONB-System von Symmetriefunktionen von A4, weil zB die E-Funktionen von A4 spiegeln die Z3-Untergruppe von A4, die wir bei unserer Zuordnung oben so nicht sehen. (Danach müssten Kombis wie  $\gamma L+(eps^*)g3L+(eps^*)g8L$  usw gebildet werden bzw  $\gamma L$ ,  $g3L$  und  $g8L$  aus solchen fbar\*f-Kombis entstehen Sondern man hat, wie oben schon dargelegt, ein Patchwork von Symmetriefunktionen aus den einzelnen Produkten. **Es bleibt** der Nachweis zu führen, dass die nach Mittelung entstandenen VB-Kombis Symmetriefunktionen für A4 sind. Bei den Gluons würde man sagen ja, da sie aus  $T1\otimes T1$  direkt als neue Symmfunktionen entstehen, und bei  $WZ\gamma$  ist es ähnlich. Es muss dann nur noch gezeigt werden, dass Gluons und  $WZ\gamma$  aufeinander orthogonal sind (minor point)

- 💡 wieso ist bei Fermionen odd-even der Isospin, bei Vektorbosonen aber  $L \leftrightarrow R$ ? Antwort: lieber mit  $A_4$  arbeiten und  $WL = FL \bar{f}L \leftrightarrow WR = FR \bar{f}R$  durch den P-Faktor in Oh, dh  $A4 \times P =$ pyritohedral symmetry Begründung: Man bekommt  $fR$  aus  $fL$  durch  $P$ . Man hat  $FL \bar{f}L$  aus normalem und  $L\bar{b}ar$ -Tetraeder(C), wobei u und g Perms noch ein P enthalten! Daraus  $FR \bar{f}R$  wiederum einfach durch  $P$ . Aber wie erhält man  $\pm 1$  Spin der Bosonen? Antwort: Wenn es um deren Helizität  $\pm 1$  geht, ist wahrscheinlich diese zum Beispiel durch  $FL \bar{f}L$  bereits festgelegt?! (PRÜFEN!!!) Dann brauchte man sich darum gar nicht mehr zu kümmern  $L$  und  $R$  sind nur relativistisch definiert dh man kann auch nichtrel auf Bewegungssachse projizieren aber kein echter Spin der CP-konjugierte Tetraeder: bei Fermionen  $\tilde{O}_h$  statt  $O_h$ , da  $Spin1/2$ , aber man kann Parity in jedem Fall für entgegengesetzte Helizität benutzen  $P(L) = Rbar$ .  $g1-8$  und  $W1-2$ : Bei  $VB$  hat man keine richtigen Antiteilchen Spin states  $\pm pm$  correspond to going from  $S4$  to  $Oh$  ABER: dieser Übergang war bei Fermionen für Antiteilchen, während Spin mit der Überlagerungsgruppe gemacht wurde. Man muss wohl einen  $R$ -Tetraeder (aus  $P$ ) von einem  $L\bar{b}ar$ -Tetraeder unterscheiden (aus CP)

## ✚ Welche einfache GEOMETRIE aber steckt hinter diesen Bildungen?

die Bildung der rechtshändigen VBR zusätzlich zu linkshändigen VBL entspricht eigentlich einer reinen  $Z2$ , UND KOMMT OFFENBAR VON DER PARITÄT, SO DASS WIR EIN  $A4 \times P$  HABEN. HELIZITÄT  $\pm 1$  BRAUCHEN WIR EVENTUELLE NICHT SEPARAT ZU BETRACHTEN, DA SIE DURCH  $FL \bar{f}L$  BEREITS FESTLIEGT. so dass wir statt  $Oh \times Z2$  ein  $A4 \times Z2$  haben. (Es ist aber nicht so gut einzusehen, warum wir die Würfelsymmetrie beim Produkt aufgeben, außer wir sagen, bei niedrigen Energien ist das egal). In  $A4 \times Z2$  reduzieren sich durch Wegfall der ungeraden Terme  $T1$  und  $T2$  auf  $T$ ,  $A1$  und  $A2$  auf  $A$  und  $E$  auf ein  $1+eps+epsstern$  mit nur 2 Symmfunktionen (aber was genau mit  $u \rightarrow -u$  beim Übergang von Fermionen zu Bosonen mit  $A4$  statt  $S4$  hängt wahrscheinlich auch zusammen, dass es  $WL, WR$  aber kein  $gL, gR$  gibt!!!!!!! Aber wie?)

Starte mit

$T1 \otimes T1 = A1 + E + T1 + T2$  9 u-u-Bilineare, also 8 Gluons, NICHT  $Z$  sondern Photon

denn man muss ja Mittelung über  $u-d$  vornehmen wo  $T2 \times T2$  dazukommt und auch über Familien

**E+T1+T2** verschmilzt zum Oktet der SU3color (Hinweis auf grössere Gruppe oder nur Keimbildung?)

Das Photon  $A1$  ist hier noch ohne Leptonbeitrag

Wenn man auf  $A4$  hinauswill, gehen hier **3 T-Funktionen ab** (da man schon 1  $A1$ , 2  $E-eps$  und  $3+3$  T-Funktionen

hat). Diese sind gerade  **$W \pm Z$ , die ja ein Triplet von  $SO(3)$  bilden** was eingeschränkt auf  $A4$  genau 3

Symmfunktionen von  $T$  sind.

Man kann sie aus  $E \otimes E = A1 + A2 + E$  (siehe Griffith) oder aus  $AixAj$  (dort sieht man den  $Z2 \times Z2$ -Ursprung) erzeugen als  $n-e$ -Bilineare, wobei  $A1$  jetzt der Leptonanteil des Photons ist und **A2+E** verschmilzt zum Triplet der  $SU2$ isospin (siehe Griffith)

Offene Fragen: wieso Bevorzugung von  $T1 \otimes T1$  und  $E \otimes E$ : entspricht einer bestimmten geometrischen Bevorzugung beim Zusammengehen der  $24 \times 24$  Möglichkeiten. Mögliche Erklärung: beim Zusammengehen geht entweder die Isospininfo des Zustandes ( $\rightarrow A4$ ) oder die Colorinfo ( $\rightarrow S3$ ) verloren. In  $A4$  betrachte  $T \otimes T = A + E + 2T$  und in  $S3$  betrachte  $E \otimes E = A1 + A2 + E$  (mit wie Griffith an einer Stelle sagt, denselben V-Koeffs wie  $S4$  bzw  $Oh$ ), also jeweils nur die höchsten Produkte (dies ist die Auswahlregel, aber woher? Und es geht doch auch die Familien-info verloren. Also  $K$  und  $Z2$  statt  $A4$  und  $S3$  betrachten?)

- Würfelsymmetrie  $O_h = S4 \times P$  könnte die Symmetrie sein mit 48 Elementen für jedes  $VB = g, \gamma, W, Z$  ein  $VBR+, VBR-, VBL+, VBL-$  ( $\pm$  von der Parität  $Pf(x) = \gamma_0 f(-x)$  entsprechend Spin  $\pm 1$ ; Parität ist aber auch mit  $fbar$  verknüpft, da  $fbar = f$ kreuz  $\gamma_0$ ). Das einzige Problem: warum  $gR = gL$  und  $\gamma R = \gamma L$  (in solchen Würfeln muss die Parität erhalten sein.). **Answers the question, why not  $24 \times 24$  VB-Zustände.**

Wir haben insgesamt  $(fL, 0)$  ( $\rightarrow VBL+$ ),  $(0, fR)$  ( $\rightarrow VBR-$ ),  $(0, fL)$  ( $\rightarrow VBL-$ ) und  $(fR, 0)$  ( $\rightarrow VBR+$ ), wobei man auf Fermionniveau das Paar  $fR$  und  $fL$  aus den Spinordarstellungen von  $Td$  gewinnt!, dh

- $R/L$  ergibt sich, weil die Fermionen als Spinoren in der Überlagerungsgruppe von  $Td = S4$  als Duo auftreten

- Anwenden von P ergibt den anderen Spinzustand. (ABER: bei Fermionen brauchen wir für Spin Überlagerungsgruppe?????) Genauer ist:  $P(fR(x,t),0) = (0, fR(-x,t))$  [allgemein:  $P = \gamma_0$  und  $x \rightarrow -x$ ], also ein Rechtszustand gibt einen Linkszustand, aber mit den numerischen Werten des Rechtszustandes.
- Problem?:**  $VBL+ = (fLbar, 0) \bullet (fL, 0) = fLbar \bullet fL = (0, fLbar) \bullet (0, fL) = VBL-?$  Nein, denn das Produkt  $\bullet$  steht für einen Vektor  $\gamma_\mu$ , was den Polarisationsvektor  $\varepsilon_\mu$  liefert! %KLAR, WEIL P DIE PARITÄT ZWISCHEN R UND L VERMITTELT %ABER NICHT SPIN SONDERN HELIZITÄT UND GENAU SO IST ES MIT DER HELIZITÄT DER VEKTORBOSONEN SO DASS LL(FERMIONEN) UND +1(VEKTORBOSONEN) TATSÄCHLICH IMMER ZUSAMMENHÄNGEN. Man braucht keine separaten Z2 Faktoren für Heli und WL/WR

Bei Annäherung 2er Fermion-Tetraeder/Würfel-komplexe entsteht nicht das innere Produkt mit nur diagonalen Termen der 24 Fermion-S4-Funktionen [gemäss  $\psi_{\text{bar}}(x) \psi_i(-x) \pm \psi_{\text{bar}}(-x) \psi_i(x)$  - so könnten nur  $\gamma$ , Z, g3 und g8 entstehen], sondern das äussere Produkt mit nicht-diagonalen Termen  $\psi_{\text{bar}}(x) \psi_j(-x)$ . Dabei spielen natürlich Tensorprodukte  $T1 \times T1 = A1 + E + T1 + T2$  eine Rolle.

ALSO: die Fermionen leben von Anfang an auf einem Würfel mit 48 Oh-Funktionen („g+Pu“), die wir umordnen (darf man das?), so dass sie zu zwei-komponentigen Spinorfunktionen werden, (wegen der Isomorphie  $O_h = O \times P$ ) und wenn dann 2 solche Würfel sich durchdringen, entsteht wiederum eine Oh-Symmetrie mit 48 Funktionen, die die Vektorbosonen beschreibt, für O (dh ohne die beiden Spinrichtungen  $\pm 1$ ):

$$\begin{array}{ll} A1, A2, E & \rightarrow WZ(R \text{ und } L) \\ T1, T2 & \rightarrow \gamma/g (R \text{ und } L) \end{array}$$

Mit Spin  $\pm 1$  wg  $Oh = O \times P$  (aber bei Fermionen war P für Antiteilchen und Überlagerungsgruppe für Spin????) hat man doppelt soviele Darstellungen (Index g,u) WIE ES AUSSIEHT ENTSTEHT EINE ETWAS KLEINERE SYMMETRIE (NÄMLICH A4)

Man hat dann 'nur' die Frage, warum  $gR = gL$  und  $\gamma R = \gamma L$ , wodurch sich die 48 auf  $30 = 2 \times (6+9)$  reduzieren.

Lösung: Evtl muss man wirklich so argumentieren wie in meinem Paper: dass die WZ eine andere Symmetrie haben als die Gluons (dies kann man auch auf der Ebene der VB-S4-zuordnung tun und kommt mit dieser Forderung natürlich zum richtigen Schluss):

**W/Z (invariant unter geraden):** eine A4-Symmetrie wirkt auf  $S4 \times S4'$ , so dass  $S2 \times S4''$  entsteht (zb ein Projektor, der jedes S4-Element auf  $\{g,u\}$  abbildet).

**Gluons(invariant unter einer ungeraden):** Eine S3-Symmetrie wirkt auf  $S4 \times S4'$ , so dass  $K \times S4''$  entsteht.

z.B. S3: vor VB-Bildung hat man 6 Zustände, die durch Zuordnung der Ecknummern 123 → abc charakterisiert sind. Nach VB-Bildung sind die Ecknummern fort, so dass nur 2 Dreieckskonfigurationen (mit Häkchen) überbleiben????

Consider the situation where 2 cubes A und B with symmetry group Oh approach each other (more precisely the covering group  $\sim Oh$ ) and the compound state C is again a cube with symmetry group Oh (but Spin 1 instead of Spin 1/2).

There are 48 symmetry functions of Oh of compound C with Spin 1, whereas there are  $96 = 2(\text{spin}) \times 2(\text{antipart}) \times 24$  symmetry functions of  $\sim Oh$  for cube A and a similar set for cube B, with the selection rule that only A is an

antiparticle and B a particle state, so that one has  $48 \times 48$  product functions  $A_{\text{bar}}_i \times B_j$ . The problem is how to construct from these the 48 symmetry functions of  $Oh(C)$ , i.e. a set of linear combinations  $\sum a_{kj} A_{\text{bar}}_i \times B_j$ ,  $k=1 \dots 48$ . In principle one already has a set of candidates given  $A_{\text{bar}}1^*B1 + A_{\text{bar}}2^*B2 + \dots$  built in alignment of how the vector bosons are constructed from fermions in the Standard Model. One 'only' has to show that the coefficients of this set yield the entries of irreducible representations  $A1g, A2g, Eg, T1g, T2g, A1u, A2u, Eu, T1u$  and  $T2u$  of  $Oh(C)$ .

Consider for simplicity the spin averaged states with symmetry group  $O=Td$  and  $24 \times 24 = 576$  product functions  $A_{\bar{a}b} \times B_{\bar{c}d}$ . The problem is how to construct from these the 24 (spin-averaged) symmetry functions for the vector bosons corresponding to the irreducible representations  $A_1, A_2, E, T_1$  and  $T_2$ .

One might for example consider the outer product of representations  $(A1+A2+E+T1+T2) \times (A1+A2+E+T1+T2)$  of dimension  $10 \times 10 = 100$ , which can be calculated to be  $=5 \cdot A1 + 5 \cdot A2 + 8 \cdot E + 12 \cdot T1 + 12 \cdot T2$  of dimension 100, also mit  $5+5+32+12 \cdot 9+12 \cdot 9 = 258$  entries zur Konstruktion von Funktionen, während der Einzelfaktor  $A1+A2+E+T1+T2$  hat  $1^{**2}+1^{**2}+2^{**2}+2^{**2}+3^{**2}+3^{**2}=1+1+4+9+9=24$  Funktionen hat. Besser ist es wahrscheinlich, den gesuchten 24er-Satz aus Einzelprodukten  $ExE=A1+A2+E$ ,  $T1xT2=A2+E+T1+T2$  usw zu versuchen konstruieren.

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \text{Abar1xA1} + \text{Abar2xA2} + \text{EbarxE} & + \text{Tbar1xT1} + \text{Tbar2xT2} \\
 Z &= \text{Abar1xA1} - \text{Abar2xA2} + \text{EbarxE} \text{ (mit -Zeichen gemischt)} + \text{Tbar1xT1} - \text{Tbar2xT2} \\
 Wpm &= \text{Abar1xA2} + \text{Abar2xA1} + \text{EbarxE} \text{ (+-gemischt)} & + \text{Tbar1xT2} + \text{Tbar2xT1} \\
 g3 &= \text{Tbar1xT1(1.row)} + \text{Tbar1xT1(2.row)} - \text{Tbar1xT1(3.row)} + \text{same for T2(i.e. d instead of u)}
 \end{aligned}$$

A4 könnte die Symmetrie sein mit A, E(Achtung: dies E hat nur 2 Elemente wie Z3, man kann zwar Real und Imaginärteil von  $\epsilon$ s nehmen, aber dann bekommt man 14 Zustände insgesamt statt 12) und T, bzw den Klassen mit 1, 3 und 8 Elementen, aber hier ist die Frage, wie kommt sie zustande, und wie kriegt man Paritätsverletzung.

Bei Gluons Bewegung nur entlang der Diagonalen, so dass nur 120Grad Drehungen? Bei Diracfermionen hat man automatisch  $LR+1$  Freiheitsgrade und es ist eher die Frage, warum für Gluon und Photon  $L=R$ . Antwort: weil sie invariant unter ungraden Permutationen. (Aber bei Verwendung von  $A_4$  sind ALLE Objekte automatisch invariant unter ungeraden Perms.)

Wir haben A4 für  $V=L+R$  (12 Elemente  $W^{+-} Z(L+R)$  Gamma gluons) und K für  $L-R$  (3 Elemente  $W^{+-} Z(L-R)$ )

Oder man zählt bei O anders:

- A1 und A2 als rechts und linkshändiger e.m. Strom (muss gleich sein?)
  - E als linkshändiger schwacher Strom (dann gibt es kein rechtsh. Neutrino?)
  - T1 und T2 als rechts und linkshändiger starker Strom